

# 目次

第 I 部	1
第 1 章 整数の性質	2
1.0 はじめに	2
1.1 整数の定義と割り算	3
1.2 約数と倍数	5
1.3 約数をすべて求めること	5
1.4 素数と素因数, 素因数分解	7
1.4.1 素数	7
1.4.2 素因数分解	9
1.4.3 約数と素因数分解	11
1.5 倍数	16
1.5.1 2 の倍数 (偶数), 5 の倍数	16
1.5.2 4 の倍数, 8 の倍数	17
1.5.3 3 の倍数, 9 の倍数	18
1.5.4 6 の倍数	19
1.5.5 練習問題	19
1.5.6 研究問題	19
1.6 公約数と公倍数	19
1.6.1 公約数, 最大公約数	20
1.6.2 最大公約数の応用例: 分数の約分	22
1.6.3 ユークリッドの互除法	24
1.6.4 公倍数, 最小公倍数	25
1.6.5 一つの注意: 分数計算への応用	29
1.6.6 最大公約数と最小公倍数の関係	29
1.7 さらに勉強するために	31
第 2 章 整式の基礎	34
2.0 はじめに	34
2.1 単項式	34
2.2 整式	35
2.3 整式の加法・減法	38

2.4	整式の乗法	39
2.4.1	単項式の乗法	40
2.4.2	多項式の乗法	41
2.5	公式による展開	43
2.6	整式の除法	45
2.6.1	単項式の除法	45
2.6.2	整式の除法	46
2.7	因数分解	52
2.7.1	因数分解	52
2.7.2	公式による因数分解	53
2.8	さらに勉強するために	58
<b>第3章</b>	<b>平方根の計算</b>	<b>59</b>
3.0	はじめに	59
3.1	なぜ根号のついた数を考えなければならないのか？	59
3.2	平方根	60
3.3	根号の性質	64
3.3.1	平方根を2乗すると？	65
3.3.2	$a^2$ の平方根	65
3.3.3	平方根の大小	67
3.4	根号を含む式の計算	70
3.4.1	根号を含んだ式の乗法・除法	70
3.4.2	分母の有理化～その1～	72
3.4.3	根号を含んだ式の計算	74
3.5	2の平方根が有理数にならないこと	77
3.6	有理数と無理数 実数	79
3.7	さらに勉強するために	80
<b>第4章</b>	<b>実数の性質</b>	<b>81</b>
4.0	はじめに	81
4.1	自然数	82
4.2	整数	82
4.3	有理数(分数)	82
4.3.1	有理数の定義	82
4.3.2	加減乗除が自由自在	83
4.3.3	小学校で学んだ割り算2種	84
4.4	実数	84
4.5	方程式と数	85
4.5.1	1次方程式と有理数	85

4.5.2	2次方程式と実数	87
4.6	小数と実数	88
4.6.1	有理数と有限小数, 循環小数	88
4.6.2	小数による実数の分類	89
4.7	無理数と小数展開	90
4.8	実数の性質のまとめ	93
4.8.1	実数と四則計算	93
4.8.2	大小関係と四則計算	98
4.8.3	数直線	100
4.8.4	絶対値	101
4.9	さらに勉強するために	104
<b>第5章</b>	<b>集合</b>	<b>107</b>
5.1	はじめに	107
5.2	集合とは	107
5.3	集合の表わし方	109
5.4	部分集合	111
5.5	ベン図	114
5.6	和集合と共通部分	114
5.7	補集合	119
<b>第6章</b>	<b>論理</b>	<b>123</b>
6.0	はじめに	123
6.1	命題とは	123
6.2	命題の合成 $\sim$ でない, かつ, または, ならば	123
6.2.1	「 $\sim$ でない(否定)」	125
6.2.2	「かつ」	126
6.2.3	「または」	127
6.2.4	複雑な複合命題の真偽の計算	127
6.2.5	合成命題の性質	129
6.2.6	「ならば」	131
6.2.7	$\implies$	132
6.3	必要条件, 十分条件, 必要十分条件	133
6.4	逆, 裏, 対偶	134
6.5	条件命題と真理集合	137
6.5.1	条件命題	137
6.5.2	条件命題と真理集合	138
6.5.3	「でない」, 「または」, 「かつ」と真理集合	139
6.6	「すべての」と「ある」を含む命題	141

6.6.1	「すべての」を含む命題	141
6.6.2	「ある」を含む命題	142
6.6.3	「すべての」、「ある」を含む命題の否定	143
6.6.4	「 $\implies$ 」と真理集合	145
6.7	さらに勉強するために	147
<b>第7章</b>	<b>有限集合</b>	<b>149</b>
7.0	はじめに	149
7.1	有限集合と無限集合	149
7.2	集合の要素の個数	150
7.2.1	和集合の要素の個数	152
7.2.2	補集合の要素の個数	153
7.2.3	例題	154
<b>第8章</b>	<b>1次方程式の復習</b>	<b>158</b>
8.0	はじめに	158
8.1	等式, 恒等式, 方程式	158
8.2	等号の性質	160
8.3	等式の性質	161
8.4	代数方程式	162
8.5	1元1次方程式	163
8.6	連立2元1次方程式	166
8.6.1	$n$ 元方程式の定義	166
8.6.2	連立方程式の定義	168
8.6.3	連立2元1次方程式 不定と不能	169
8.7	2元1次方程式と直線	173
8.7.1	直線の方程式	173
8.7.2	連立2元1次方程式の図形的解釈	178
8.8	連立3元1次方程式	179
<b>第9章</b>	<b>2次方程式の解法</b>	<b>184</b>
9.0	はじめに	184
9.1	2次方程式の定義	185
9.2	2次方程式の解法	185
9.2.1	単純から複雑へ	185
9.2.2	$ax^2 = 0$ の場合	186
9.2.3	$ax^2 + c = 0$ の場合	188
9.2.4	$ax^2 + bx = 0$ の場合	189
9.2.5	$a(x + m)^2 = n$ の場合	190
9.2.6	平方完成	191

9.2.7	解の公式	193
9.2.8	因数分解による2次方程式の解法	196
9.3	判別式	197
9.4	さらに勉強するために	200
<b>第10章</b>	<b>1次不等式</b>	<b>201</b>
10.0	はじめに	201
10.1	不等式と解	201
10.2	不等式の性質	203
10.3	1次不等式の解き方	204
10.3.1	1次不等式の解き方	204
10.3.2	不等式の解と数直線	206
10.4	不等式の応用	207
10.5	連立不等式と解	208
10.6	連立不等式の解き方	208
10.6.1	連立不等式の解き方	209
10.7	さらに勉強するために	212
<b>第11章</b>	<b>1次関数の復習</b>	<b>213</b>
11.0	はじめに	213
11.1	関数とは何か	213
11.1.1	ともなって変わる二つの量	213
11.1.2	関数の表し方	216
11.2	1次関数	216
11.2.1	1次関数	216
11.2.2	比例関係	217
11.3	関数とグラフ	218
11.3.1	座標	218
11.3.2	1次関数のグラフ	220
11.3.3	1次関数の変化の割合	224
11.4	1次関数の決定	231
11.4.1	変化の割合と, 1組の $x, y$ の値が与えられた場合	231
11.4.2	2組の $x, y$ の値が与えられた場合	232
11.5	1次関数の最大・最小	234
11.5.1	最大・最小問題	234
11.5.2	関数の定義域・値域	234
11.5.3	1次関数の最大・最小	237
11.6	さらに勉強するために	239

<b>第 12 章 2 次関数</b>	<b>240</b>
12.0 はじめに	240
12.1 2 次関数とそのグラフ	240
12.1.1 2 次関数	240
12.1.2 2 次関数のグラフ	242
12.1.3 $y = ax^2$ のグラフ	244
12.1.4 $y = ax^2 + q$ のグラフ	254
12.1.5 $y = a(x - p)^2$ のグラフ	257
12.1.6 $y = a(x - p)^2 + q$ のグラフ	258
12.1.7 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ	260
12.2 平行移動	265
12.3 2 次関数の決定	266
12.3.1 頂点や軸に関する条件が与えられたとき	267
12.3.2 グラフ上の 3 点が与えられたとき	268
12.4 2 次関数の最大・最小	270
12.4.1 2 次関数の最大・最小	270
12.4.2 限られた範囲での最大・最小	271
12.5 最大・最小の応用	272
12.6 さらに勉強するために	273
<b>第 13 章 2 次不等式の解法</b>	<b>275</b>
13.0 はじめに	275
13.1 2 次不等式の定義	275
13.2 2 次不等式の解き方 代数的方法 vs. 解析的方法	276
13.3 2 次関数のグラフと $x$ 軸との共有点	276
13.4 2 次不等式の解き方	277
13.4.1 2 次不等式の解き方 関数のグラフを用いて	277
13.4.2 連立 2 次不等式	283
13.5 2 次不等式の応用	285
13.6 2 次不等式の解き方 代数的解法	287
13.7 さらに勉強するために	293
<b>第 14 章 平面図形の性質</b>	<b>295</b>
14.0 はじめに	295
14.1 三角形の五心	295
14.1.1 外心	296
14.1.2 内心	298
14.1.3 重心	299
14.1.4 垂心	301

14.1.5	傍心	302
14.2	円の性質	303
14.2.1	円に関する用語の復習	303
14.2.2	弦の性質	306
14.2.3	円の接線	308
14.2.4	円周角の定理	309
14.2.5	円と四角形	316
14.2.6	接弦定理	318
14.2.7	方べきの定理	320
14.3	さらに勉強するために	322
<b>第 15 章</b>	<b>三角比</b>	<b>323</b>
15.0	はじめに	323
15.1	鋭角の三角比の定義	323
15.1.1	一つの例	323
15.1.2	正弦・余弦・正接	326
15.1.3	$30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ の三角比	329
15.1.4	三角比の表	331
15.2	三角比の相互関係	334
15.2.1	$90^\circ - \theta$ の三角比	334
15.2.2	三角比の相互関係	334
15.3	鈍角の三角比	338
15.3.1	鈍角の三角比	338
15.3.2	単位円と三角比	343
15.3.3	$180^\circ - \theta$ の三角比	345
15.3.4	三角比の相互関係	346
15.4	三角比と図形	349
15.4.1	正弦定理	349
15.4.2	余弦定理	354
15.4.3	三角形の形状	358
15.5	図形の計量	361
15.5.1	三角形の面積	361
15.5.2	ヘロンの公式	364
15.6	さらに勉強するために	366
<b>第 II 部</b>		<b>368</b>
<b>第 16 章</b>	<b>整式の性質</b>	<b>369</b>
16.0	はじめに	369

16.1	剰余の定理と因数定理	369
16.1.1	記号	369
16.1.2	剰余の定理	371
16.1.3	因数定理	375
16.2	約数と倍数	378
16.3	公約数と公倍数	379
16.3.1	公約数と公倍数	379
16.3.2	ユークリッドの互除法	380
16.3.3	最大公約数と最小公倍数の関係	381
16.4	さらに勉強するために	383
<b>第 17 章 分数式</b>		<b>384</b>
17.0	はじめに	384
17.1	分数式とは	384
17.2	約分・通分	385
17.2.1	約分	385
17.2.2	通分	387
17.3	分数式の加減乗除	388
17.3.1	加・減	388
17.3.2	乗・除	390
17.4	繁分数式	392
17.5	さらに勉強するために	394
<b>第 18 章 式の証明</b>		<b>395</b>
18.0	はじめに	395
18.1	等式の証明	395
18.1.1	恒等式	396
18.1.2	恒等式であることの証明法	396
18.1.3	具体例	397
18.1.4	整式が恒等式となるための条件	399
18.1.5	条件付きの等式	404
18.1.6	部分分数分解	406
18.2	不等式の証明	409
18.2.1	不等式の性質	409
18.2.2	不等式の証明法	410
18.3	さらに勉強するために	419
<b>第 19 章 2 次方程式の理論</b>		<b>420</b>
19.0	はじめに	420
19.1	複素数	421



19.1.1	なぜ複素数を考えるのか	421
19.1.2	複素数の定義の背景	422
19.1.3	複素数の定義とその加減乗除	425
19.1.4	負の数の平方根	429
19.1.5	複素数の大小関係	434
19.2	2次方程式	435
19.2.1	2次方程式	435
19.2.2	解の公式	436
19.3	解の判別	437
19.3.1	判別式	437
19.3.2	解と係数の関係	440
19.3.3	2次式の因数分解	441
19.4	さらに勉強するために	442
<b>第20章</b>	<b>さまざまな方程式の解き方</b>	<b>443</b>
20.0	はじめに	443
20.1	高次方程式	444
20.1.1	高次方程式とは	444
20.1.2	高次方程式の解き方 因数分解を用いて	446
20.1.3	1の立方根	449
20.1.4	高次方程式の解と係数の関係	449
20.1.5	整式の世界の「素因数」	451
20.2	連立方程式(再) 2元2次連立方程式	454
20.3	さまざまな方程式の解き方	459
20.3.1	分数方程式	459
20.3.2	無理方程式	460
20.4	複素数の平方根について	462
20.5	さらに勉強するために	464
<b>第21章</b>	<b>図形と方程式</b>	<b>466</b>
21.0	はじめに	466
21.1	点の座標	467
21.1.1	直線上の点	467
21.1.2	平面上の点	476
21.2	直線	487
21.2.1	直線の方程式の決定	487
21.2.2	2直線の位置関係 平行条件	492
21.2.3	2直線の位置関係 垂直条件	494
21.2.4	図形への応用	496

21.2.5	点と直線の距離	498
21.3	円	501
21.3.1	円の方程式	501
21.3.2	円と直線	506
21.3.3	円の接線の方程式	508
21.4	軌跡	510
21.4.1	軌跡とは	510
21.4.2	軌跡の求め方	511
21.4.3	軌跡の方程式	512
21.5	さらに勉強するために	514
<b>第22章</b>	<b>数列</b>	<b>516</b>
22.0	はじめに	516
22.1	数列	516
22.1.1	数列とは	516
22.2	等差数列	518
22.2.1	等差数列の定義	518
22.2.2	等差数列の一般項	519
22.2.3	等差数列の特徴づけ	521
22.2.4	数列の和	521
22.2.5	等差数列の和	522
22.3	等比数列	525
22.3.1	等比数列の定義	525
22.3.2	等比数列の一般項	526
22.3.3	等比数列の和	529
22.4	いろいろな数列	530
22.4.1	平方和, 立方和	530
22.4.2	和の記号 $\sum$	532
22.4.3	$\sum$ の性質	535
22.4.4	階差数列	538
22.4.5	いろいろな数列の和	540
22.5	漸化式と数学的帰納法      帰納的な考え方	542
22.5.1	漸化式と数列	542
22.5.2	数学的帰納法	546
22.6	さらに勉強するために	551
<b>第23章</b>	<b>指数, 対数</b>	<b>552</b>
23.0	はじめに	552
23.1	累乗根の定義	553

23.2	累乗根の性質	555
23.3	指数の拡張	557
23.3.1	整数への拡張	557
23.3.2	有理数への拡張	560
23.3.3	実数への拡張	562
23.4	累乗の大小	563
23.5	対数の定義	568
23.6	対数の性質	570
23.6.1	対数の基本性質	570
23.6.2	底の変換公式	572
23.7	対数の大小	574
23.8	常用対数	575
23.8.1	常用対数の定義	575
23.8.2	常用対数と桁数	577
23.9	指数関数・対数関数	578
23.9.1	指数関数	578
23.9.2	対数関数	580
23.10	さらに勉強するために	583
<b>第 24 章 三角関数</b>		<b>585</b>
24.0	はじめに	585
24.1	一般角	587
24.1.1	一般角	587
24.1.2	動径の表す一般角	588
24.2	弧度法	590
24.3	一般角の三角関数	594
24.3.1	一般角の三角関数の定義	594
24.4	三角関数の性質	597
24.4.1	$\theta + 2n\pi$ の三角関数	598
24.4.2	$-\theta$ の三角関数	598
24.4.3	$\theta + \pi$ の三角関数	599
24.4.4	$\theta + \frac{\pi}{2}$ の三角関数	600
24.4.5	$\frac{\pi}{2} - \theta, \pi - \theta$ の三角関数	601
24.4.6	相互関係	601
24.5	三角関数のグラフ	603
24.5.1	正弦関数のグラフ	603
24.5.2	余弦関数のグラフ	606
24.5.3	正接関数のグラフ	608
24.6	いろいろな正弦関数のグラフ 正弦曲線	608

24.6.1	いろいろな正弦関数のグラフ	608
24.6.2	研究課題	610
24.6.3	三角関数の不等式	611
24.7	加法定理	612
24.7.1	正弦, 余弦の加法定理	612
24.7.2	正接の加法定理	615
24.7.3	二倍角の公式	616
24.7.4	半角の公式	617
24.7.5	三角関数の合成	618
24.7.6	和・差と積の公式	620
24.8	さらに勉強するために	621
<b>補 講 1</b>	<b>諸定理の証明</b>	<b>623</b>
1.0	はじめに	623
1.1	除法の原理の証明	623
1.1.1	自然数の集合の性質と数学的帰納法	623
1.1.2	除法の原理の証明	625
1.2	素数が無限個存在すること	626
1.3	素因数分解の可能性, 一意性	627
<b>補 講 2</b>	<b>エラトステネスのふるい</b>	<b>629</b>
2.0	はじめに	629
2.1	エラトステネスのふるい	629
<b>補 講 3</b>	<b>倍数の集合について</b>	<b>632</b>
3.0	はじめに	632
3.1	倍数の集合の性質	632
3.2	整数論の基本定理	633
<b>補 講 4</b>	<b>合同式</b>	<b>635</b>
4.0	はじめに	635
4.1	合同式	635
4.1.1	合同式の定義	635
4.1.2	合同式の性質	635
<b>補 講 5</b>	<b>整式の次数について</b>	<b>637</b>
5.0	はじめに	637
5.1	整式の積と次数	637

補 講 6	整式の除法の原理の証明	640
6.1	整式の場合の除法の原理	640
6.2	「除法の原理」の証明	640
補 講 7	平方根の大小	642
7.0	はじめに	642
7.1	「平方根の大小」の証明	642
7.2	定理の一般化	643
補 講 8	二重根号	644
8.0	はじめに	644
8.1	二重根号とは	644
8.2	二重根号のはずしかた	644
8.3	具体例	645
補 講 9	分数が循環小数になること	648
9.0	はじめに	648
9.1	証 明	648
補 講 10	$a > 0$ のとき, $a$ の平方根が二つしかないことの証明	649
10.0	はじめに	649
10.1	証 明	649
補 講 11	写像, 変換, 関数	650
11.0	はじめに	650
11.1	写 像	650
11.2	単射, 全射, 全単射	654
11.3	写像の合成	656
11.4	逆写像	657
11.4.1	逆写像	657
11.4.2	逆関数	659
補 講 12	連立 2 元 1 次方程式の解法	660
12.0	はじめに	660
12.1	連立 2 元 1 次方程式	660
補 講 13	集合の直積	668
13.0	はじめに	668
13.1	集合の直積	668

補講 14	15° の三角比, 36°, 18° の三角比	671
14.0	はじめに	671
14.1	15° の三角比	671
14.2	36°, 18° の三角比	672
補講 15	組み立て除法について	676
15.0	はじめに	676
15.1	組み立て除法	676
補講 16	$x^n - 1$ の因数分解	680
16.0	はじめに	680
16.1	$x^n - 1$ の因数分解	680
補講 17	$(x - \alpha)^2$ で割り切れるための条件	682
17.0	はじめに	682
17.1	$(x - \alpha)^2$ で割り切れるための条件	682
補講 18	コーシー・シュヴァルツの不等式の証明	684
18.0	はじめに	684
18.1	一般的なコーシー・シュヴァルツの不等式の証明	684
補講 19	共役複素数の性質と絶対値	686
19.0	はじめに	686
19.1	共役複素数の性質	686
19.2	複素数の絶対値	687
補講 20	数直線上の距離の公式の証明	691
20.0	はじめに	691
20.1	証明	691
補講 21	平面上の距離の性質	693
21.0	はじめに	693
21.1	距離の性質	693
21.2	距離の性質の証明	693
21.3	コーシー・シュヴァルツの不等式	694
21.4	距離の性質の証明 (続)	695
補講 22	定理「平行線の性質」の証明	697
22.0	はじめに	697
22.1	証明	697

ギリシャ文字

大文字	小文字	読み方	大文字	小文字	読み方
$A$	$\alpha$	アルファ	$N$	$\nu$	ニュー
$B$	$\beta$	ベータ	$\Xi$	$\xi$	クシー, グザイ
$\Gamma$	$\gamma$	ガンマ	$O$	$o$	オミクロン
$\Delta$	$\delta$	デルタ	$\Pi$	$\pi$	パイ
$E$	$\varepsilon$	エプシロン	$P$	$\rho$	ロー
$Z$	$\zeta$	ゼータ	$\Sigma$	$\sigma$	シグマ
$H$	$\eta$	イータ, エータ	$T$	$\tau$	タウ
$\Theta$	$\theta, \vartheta$	シータ	$\Upsilon$	$\upsilon$	ウプシロン
$I$	$\iota$	イオタ	$\Phi$	$\phi, \varphi$	ファイ
$K$	$\kappa$	カッパ	$X$	$\chi$	カイ
$\Lambda$	$\lambda$	ラムダ	$\Psi$	$\psi$	プサイ, プシー
$M$	$\mu$	ミュー	$\Omega$	$\omega$	オメガ